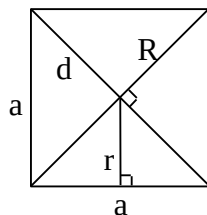


Квадрат



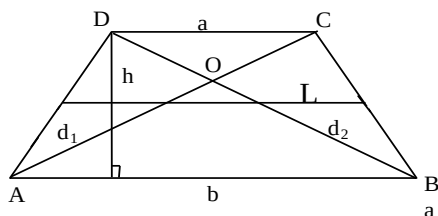
$$1. d = a\sqrt{2}$$

$$2. a = R\sqrt{2} = 2r$$

$$3. R = \frac{1}{2}d = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$4. S = a^2 = \frac{1}{2}d^2$$

Трапеция



$$L = \frac{a+b}{2}; \quad \angle A + \angle D = 180^\circ; \quad \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$S = lh = \frac{a+b}{2} h = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \angle O$$

$\angle O$ – угол между диагоналями l – средняя линия трапеции

Метод координат

1) Пусть $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, тогда координаты вектора $\overrightarrow{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$.

2) Пусть $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, тогда длина вектора

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

3) Пусть $O(m; n)$ – середина отрезка AB $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, тогда

$$m = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad n = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

4) Пусть $\vec{a}\{x; y\}$, тогда длина вектора

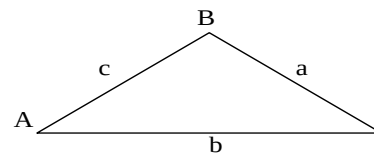
$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

5) $x^2 + y^2 = R^2$ – уравнение окружности с центром в точке $(0;0)$ радиуса R .

6) $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ – уравнение окружности с центром в точке $(a;b)$ радиуса R .

7) $ax + by + c = 0$ – уравнение прямой.

Теорема синусов



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Теорема косинусов

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

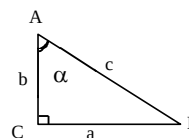
Площадь круга

$S = \pi R^2$, где R – радиус круга

Длина окружности

$C = 2\pi R$, где R – радиус окружности

Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}; \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}; \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

Скалярное произведение векторов

1) Пусть $\vec{a}\{x_1; y_1\}$, $\vec{b}\{x_2; y_2\}$, тогда скалярное произведение

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2.$$

2) Пусть $|\vec{a}|$ – длина вектора $\vec{a}$, $|\vec{b}|$ – длина вектора $\vec{b}$, α – угол между векторами, тогда

$$\text{скалярное произведение } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha.$$

3) $\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$ - формула для нахождения угла между векторами.

Площадь треугольника

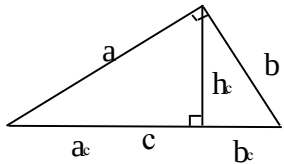
$$S = \frac{1}{2} a h_a \quad S = \frac{1}{2} a b \sin \alpha$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad S = pr, \text{ где } p = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

$$S = \frac{abc}{4R} \quad S = \frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha}, \text{ где } R - \text{радиус опис. окруж.}$$

впис. окруж. R – радиус опис. окруж.

Прямоугольный треугольник



$$h_c = \sqrt{a_c b_c} \quad a = \sqrt{c a_c} \quad b = \sqrt{c b_c}$$

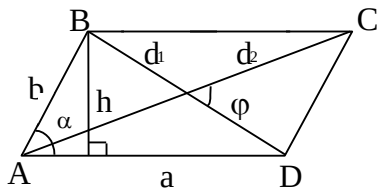
$$r = \frac{a+b-c}{2} - \text{радиус вписанной окружности}$$

$$R = \frac{1}{2} c - \text{радиус описанной окружности}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 - \text{теорема Пифагора}$$

(a и b катеты, c – гипотенуза)

Параллелограмм

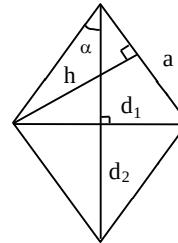


$$1. S = ah$$

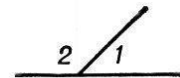
$$2. S = ab \sin \alpha \quad 3. d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$4. S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$

Ромб

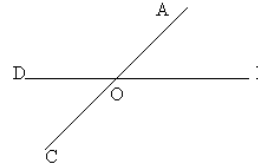


Смежные углы



$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

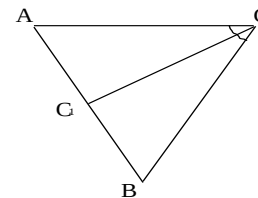
Вертикальные углы



$$\angle AOB \text{ и } \angle COD - \text{вертикальные}$$

Вертикальные углы равны

Свойства биссектрисы внутреннего угла



Основные теоремы и факты

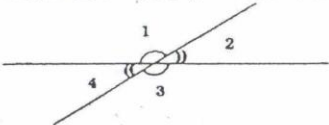
Прямые параллельны, если: -накрест лежащие углы равны; -соответственные углы равны; -сумма односторонних углов равна 180°. -Через точку, не лежащую на прямой можно провести прямую параллельную данной и только одну.	-Сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n-2)180^{\circ}$ -Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360°. В параллелограмме противоположные стороны и противоположные углы равны. -Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам -Диагонали прямоугольника равны -Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами его углов.	Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведённому в точку касания. -Отрезки касательных к окружности, проведённых из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окр - ти. -Квадрат отрезка касательной к окружности равен произведению отрезков секущей, проведённой из той же точки.
Треугольники равны, если равны : -сторона и прилежащие углы одного треугольника стороне и прилежащим углам др; -две стороны и угол между ними одного треугольника двум сторонам и углу между ними другого; -три стороны одного треугольника трём сторонам другого. Высота, проведённая к основанию равнобедренного треугольника, является медианой и биссектрисой.	- Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия. -если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы. -Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся как основания. -Если многоугольник состоит из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.	-Вписанный угол измеряется половиной градусной меры дуги, на которую он опирается. -Центральный угол измеряется градусной мерой дуги, на которую он опирается. -Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – прямой.
Два треугольника подобны, если: -два угла одного равны двум углам другого; -стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого и углы, заключённые между этими сторонами равны; -три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого. -Если на одной из двух прямых отложить несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, то они отсекают на второй прямой равные отрезки.	Теорема Пифагора В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. Теорема синусов. В любом треугольнике стороны пропорциональны синусам противолежащих углов. Теорема косинусов. Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.	Центр окружности вписанной в треугольник лежит в точке пересечения биссектрис углов треугольника. -Центр окружности, описанной около треугольника, лежит в точке пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника. -Если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 180°, то около него можно описать окружность. -Если суммы противоположных сторон четырёхугольника равны, то в него можно вписать окружность.

Углы

Свойства смежных и вертикальных углов

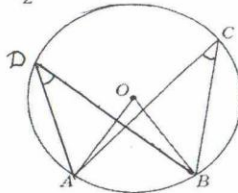
$$\angle 1 = \angle 3, \quad \angle 2 = \angle 4 \quad (\text{вертикальные})$$

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \quad (\text{смежные})$$

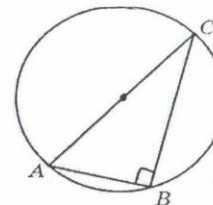


Свойства вписанных углов

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB \quad \angle ACB = \angle ADB$$



Углы, опирающиеся на полуокружность - прямые

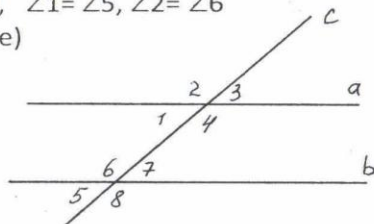


Свойства углов, образованных при пересечении параллельных прямых секущей

$$\angle 1 = \angle 7, \quad \angle 4 = \angle 6 \quad (\text{накрестлежащие})$$

$$\angle 1 + \angle 6 = 180^\circ, \quad \angle 7 + \angle 4 = 180^\circ \quad (\text{односторонние})$$

$$\angle 3 = \angle 7, \quad \angle 4 = \angle 8, \quad \angle 1 = \angle 5, \quad \angle 2 = \angle 6 \quad (\text{соответственные})$$

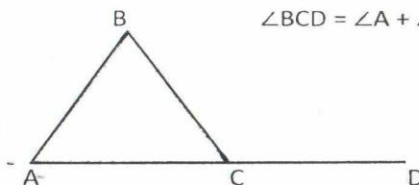


Свойства углов треугольника

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle BCD - \text{внешний угол } \triangle ABC$$

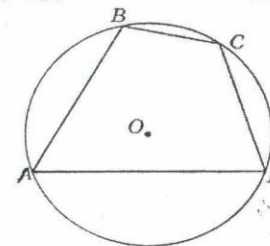
$$\angle BCD = \angle A + \angle B$$



Если $\triangle ABC$ равнобедренный, то $\angle A = \angle C$

Свойство углов четырёхугольника, около которого описана окружность

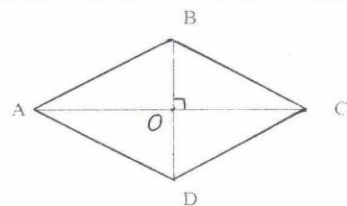
$$\angle A + \angle C = 180^\circ \quad \angle B + \angle D = 180^\circ$$



Свойства углов ромба

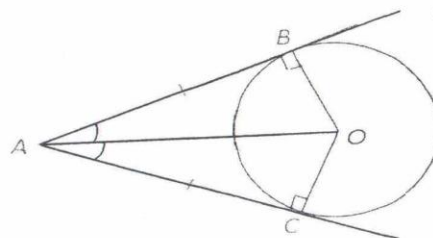
$$\angle A = \angle C, \quad \angle B = \angle D$$

$$\angle BAC = \angle DAC, \quad \angle ABD = \angle CBD, \quad \angle BOC = 90^\circ$$

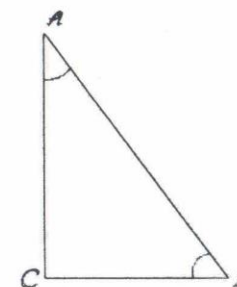


Свойство углов, образованных касательными и отрезком АО

$$\angle BAO = \angle CAO$$



Соотношения между углами и сторонами прямоугольного треугольника

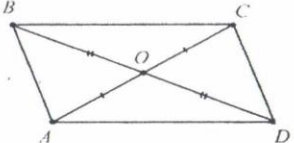
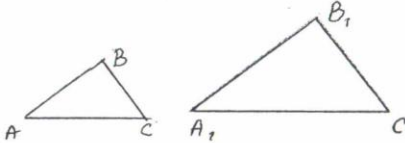
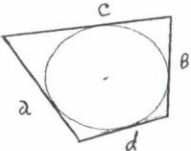
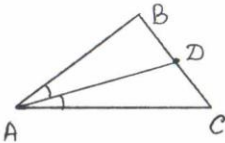
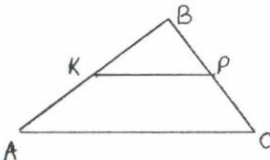
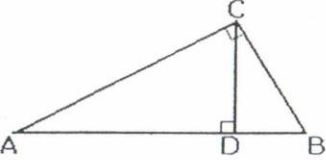
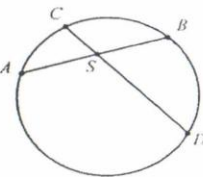
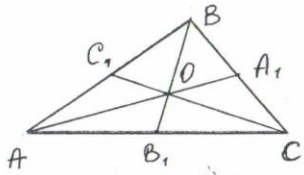
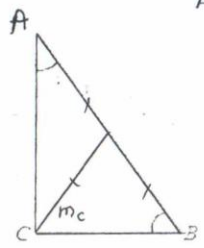
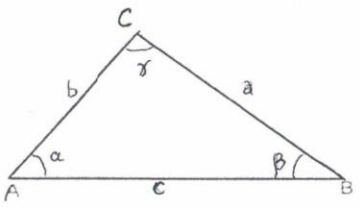
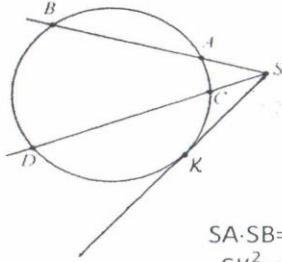
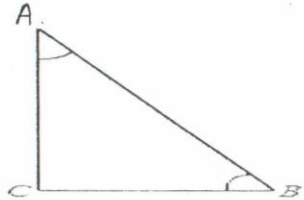


$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

Длины

Свойства параллелограмма  $AB=CD, BC=AD$ $AO=OC, BO=OD$	В подобных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$  $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$	Свойство сторон четырёхугольника, описанного около окружности  $a+b=c+d$	Свойство биссектрисы треугольника Если AD – биссектриса $\triangle ABC$, то $BD:DC = AB:AC$ 
Свойство средней линии треугольника  $KP = \frac{1}{2} AC, KP \parallel AC$	Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике  $CD = \sqrt{AD \cdot DB}$ $AC = \sqrt{AB \cdot AD} \quad CB = \sqrt{BA \cdot BD}$	Свойство отрезков пересекающихся хорд  $AS \cdot SB = CS \cdot SD$	Свойство медиан треугольника Если O – точка пересечения медиан $\triangle ABC$, то $AO:OA_1 = 2:1$ $CO:OC_1 = 2:1, \quad BO:OB_1 = 2:1$ 
Теорема Пифагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$  $AC = \sqrt{AB^2 - CB^2} \quad CB = \sqrt{AB^2 - AC^2}$ $m_c = \frac{1}{2} AB$	Теоремы синусов и косинусов. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 	Свойство отрезков секущих и касательной к окружности  $SA \cdot SB = SC \cdot SD$ $SK^2 = SC \cdot SD$	Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника  $BC = AB \sin \angle A$ $AC = AB \cos \angle A$ $BC = AC \operatorname{tg} \angle A$ $AC = BC \operatorname{ctg} \angle A$

